041988

2 0 1

ТУ–19–241–82

8

4


студия
ДИАФИЛЬМ

07—3—512


РГДБ
2015
РАЗВИТИЕ
МАТЕМАТИКИ
В СССР



Развитие советской математики тесно связано с творческим наследием и прогрессивными научными идеями Н. И. Лобачевского, А. М. Ляпунова, П. Л. Чебышева, Л. Эйлера и других выдающихся математиков России.



Большую роль в становлении советской математической школы сыграл академик В. А. Стеклов. Он создал научно-исследовательский институт математики, который ныне носит его имя.



Математическая школа молодой Страны Советов по традиции развивала классические, ранее возникшие области математики: *теорию чисел, геометрию, теорию вероятностей.*



Яркими представителями советской школы теории чисел являются академики И. М. Виноградов и Ю. В. Линник, члены-корреспонденты Академии наук А. О. Гельфонд, Б. Н. Делоне, И. Р. Шафаревич и другие.

Еще в XVIII веке немецкий математик Гольдбах предположил, что любое нечетное число n можно представить в виде суммы трех простых чисел.

И. М. ВИНОГРАДОВ

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

21 = 3 + 5 + 13

35 = 7 + 11 + 17

63 = 3 + 23 + 37

63 = 5 + 17 + 41

125 = 5 + 61 + 59

И. М. Виноградов доказал, что это верно для всех достаточно больших n. Позднее Ю. В. Линник дал еще одно доказательство этой гипотезы.

$$I(N) = \frac{N^2}{2\tau^3} S(N) + O\left(\frac{N^2}{\tau^{7/2-\varepsilon}}\right)$$

$$\tau = \log N$$

Интересны и важны результаты А. О. Гельфонда о так называемых трансцендентных (неалгебраических) числах.

Число x_0 называется алгебраическим, если оно является корнем некоторого уравнения

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1} x + a_n = 0$$

с целыми коэффициентами.

Мы - алгебраические числа!

5

$\frac{2}{3}$

$\sqrt{2}$

$\sqrt{17} - \sqrt{5}$

$x - 5 = 0$

$3x + 2 = 0$

$x^2 - 2 = 0$

$x^4 - 44x^2 + 144 = 0$

Вы - корни наших уравнений!

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots$$

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \ldots$$

$$e^{2\pi i} = 1$$

А.О. Гельфонд

Числа, не являющиеся алгебраическими, называются *трансцендентными*. Примерами трансцендентных чисел являются число π, а также изучаемое в старших классах число e. А. О. Гельфонд доказал, что если a, q — алгебраические числа, $a \neq 0$, $a \neq 1$ и q иррационально, то a^q — трансцендентно.

$2^{\sqrt{3}}$, $5^{\sqrt{2}+\sqrt{7}}$

$\log 2$

$\log 15$



На рубеже XIX и XX столетий выдающийся немецкий математик Давид Гильберт сформулировал 23 нерешенные математические проблемы, которые во многом определили дальнейшие пути развития науки. Результаты А. О. Гельфонда о трансцендентных числах дают решение 7-й проблемы Гильберта.

ПРОБЛЕМЫ ГИЛЬБЕРТА

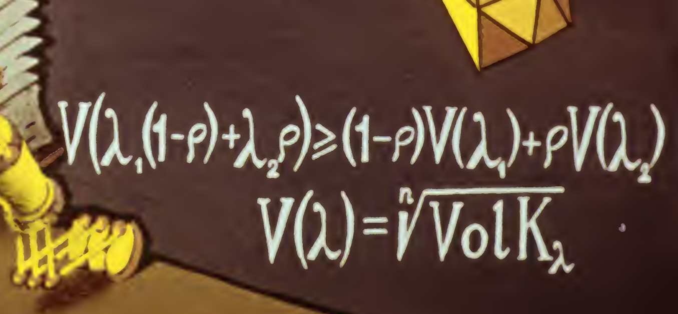

РГДБ
2015
Б.Н. Делоне
Ряд красивых результатов по геометрии
чисел, нашедших применение в кристалло-
графии, был получен Б. Н. Делоне.
Делоне был энтузиастом чтения лекций
для школьников, написал интересный
сборник внеклассных задач по гео-
метрии.
10

Геометрия

В прошлом веке крупный немецкий математик Герман Минковский заложил начала теории выпуклых фигур. Математики восприняли тогда это, как красивую, но бесполезную игрушку. Сегодня выпуклый анализ — один из наиболее важных разделов прикладной математики.

Герман Минковский
Начала теории выпуклых фигур

M_1 $\vec{n}$ M_0 P $\bar{W}$





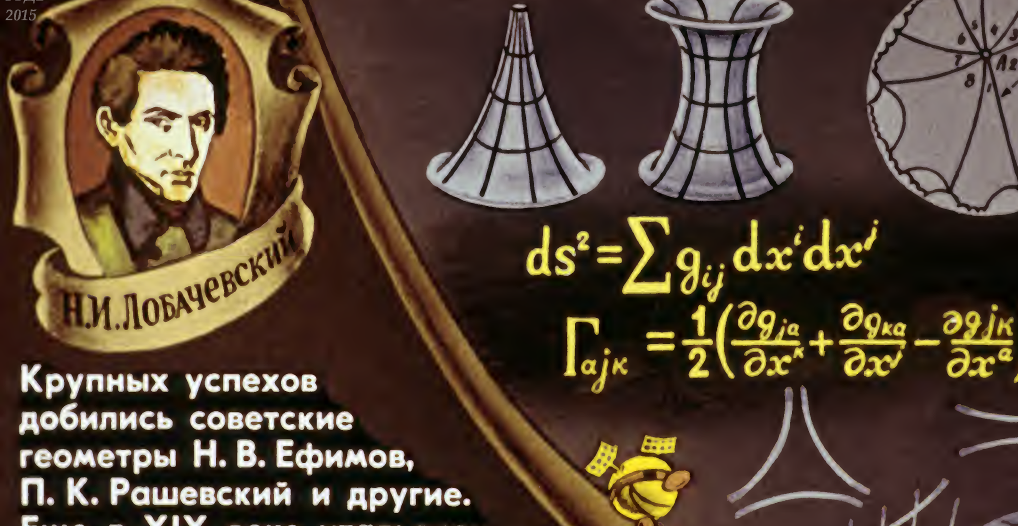
Академик А. Д. Александров создал новую школу теории выпуклых поверхностей. Он и его ученики получили ряд крупных результатов, решили проблемы изгибаемости, жесткости, нашли важные приложения выпуклого анализа к механике и теории упругости. Разносторонний человек и ученый, А. Д. Александров работает также в области философии и педагогики.

А. Д. АЛЕКСАНДРОВ
ВЫПУКЛЫЕ МНОГОГРАННИКИ

$$V(P^1 \dots P^n) = \frac{1}{n} \sum_i h_i^1 F(Q_i^2 \dots Q_i^n)$$

К теории выпуклых фигур тесно примыкает комбинаторная геометрия. У ее истоков стоят советские математики Л. А. Люстерник и Л. Г. Шнирельман, польский математик К. Борсук, швейцарец Г. Хадвигер и другие. Советская школа комбинаторной геометрии достигла серьезных успехов.





Крупных успехов добились советские геометры Н. В. Ефимов, П. К. Рашевский и другие. Еще в XIX веке итальянец Бельтрами нашел поверхность, на куске которой реализуется геометрия Лобачевского. Н. В. Ефимов исследовал вложимость плоскости Лобачевского и родственных поверхностей в евклидово пространство.

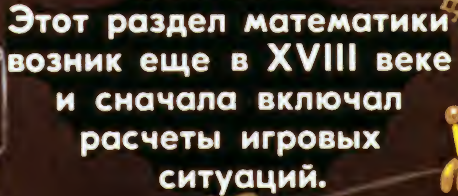

M
N
A
B
α
$\vec{n}$
$\vec{p}$
$\vec{q}$
D_1
C_1
A_1
B_1
D
C
A
B
$\vec{a}-\vec{b}$
$\vec{a}+\vec{b}$
$\vec{a}$
$\vec{b}$
$(\vec{a}-\vec{b})(\vec{a}+\vec{b}) = 0,$
$\vec{a}^2 - \vec{b}^2 = 0,$
$|\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = 0,$
$|\vec{a}| = |\vec{b}|$ (ромб)
Я. С. ДУБНОВ
ОСНОВЫ ВЕКТОРНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ
А. Н. Колмогоров
ГЕОМЕТРИЯ
Много энергии вложил в распространение геометрических идей Я. С. Дубнов. То, что сейчас в школьную программу по геометрии прочно вошли векторы, во многом является его заслугой.
15

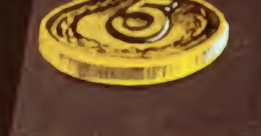
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ



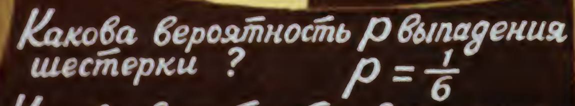
Фундаментальные результаты получены советскими математиками в области теории вероятностей и математической статистики.

Этот раздел математики возник еще в XVIII веке и сначала включал расчеты игровых ситуаций.





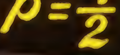




Какова вероятность p выпадения шестерки? $p = \frac{1}{6}$

Какова вероятность выпадения не менее 10 очков? $p = \frac{6}{36}$

Какова вероятность выпадения монеты гербом вверх? $p = \frac{1}{2}$



Вскоре были найдены важные математические и прикладные задачи, в которых использовалось понятие вероятности. Теперь вероятности применяются в технике, физике, химии.

Законы генетики получили математическое обоснование с помощью вероятностей.







$$0 \leq P(A) \leq 1$$

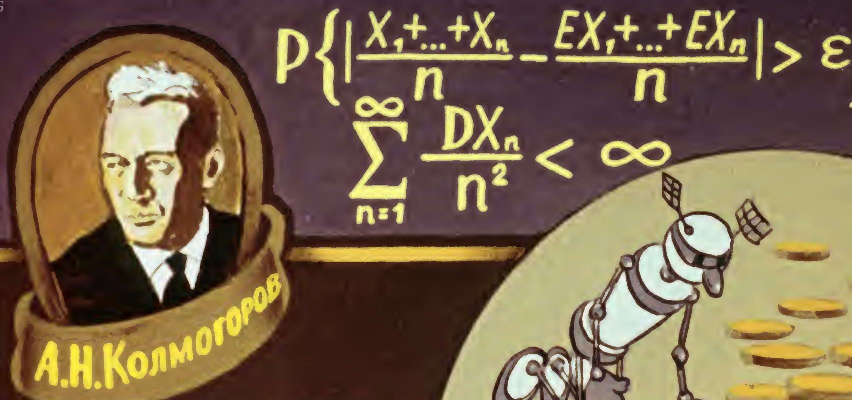
$$P(U) = 1$$

$$P(A) = P(A_1) + \dots + P(A_n)$$

$$P\{|S_n| > \tau\} \leq 2\exp\left\{-\frac{\tau^2}{2(B_n + H\tau)}\right\}$$

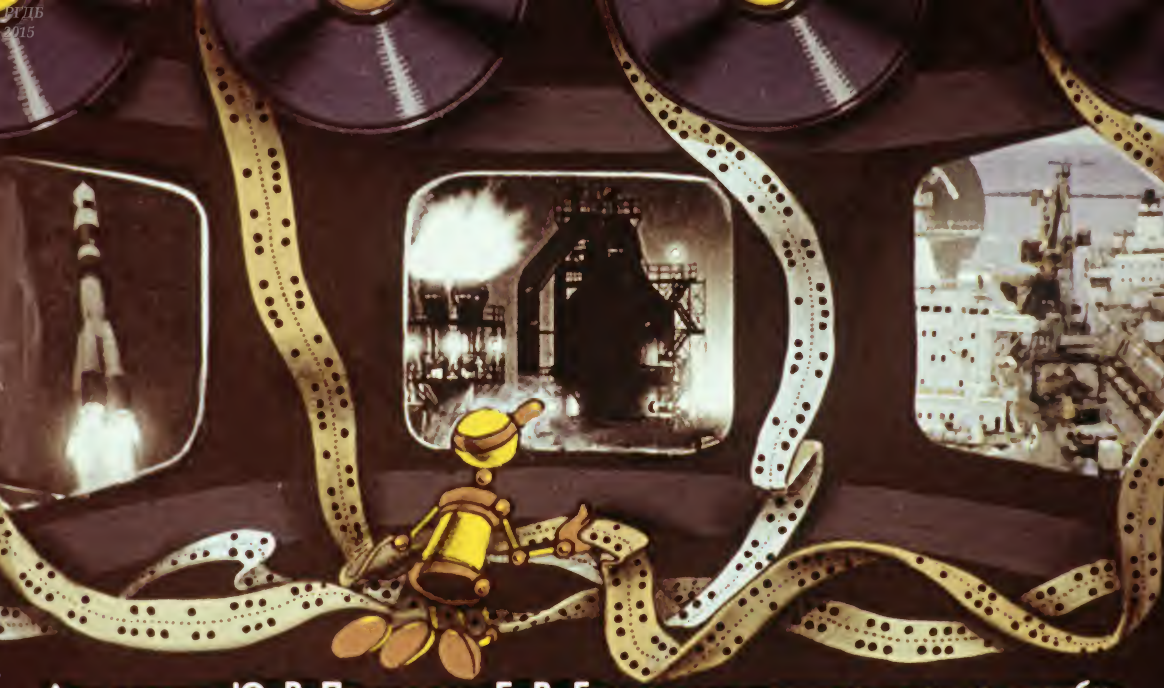
Из советских математиков наибольший вклад в теорию вероятностей внесли академики С. Н. Бернштейн и А. Н. Колмогоров. Им принадлежит решение 6-й проблемы Гильберта—создание аксиоматики теории вероятностей.





Что будет, если 1000 раз бросить монетку? Какова вероятность, что герб выпадет не менее 480 раз? Такие задачи решаются так называемым законом больших чисел. А. Н. Колмогоров, А. Я. Хинчин и другие советские математики внесли большой вклад в развитие этого закона.





Академики Ю. В. Прохоров, Б. В. Гнеденко и другие ученые углубили и развили закон больших чисел, создали теорию массового обслуживания (применяемую в телефонии, в космической связи, в вопросах контроля качества продукции и т. п.), теорию надежности и другие прикладные разделы теории вероятностей.

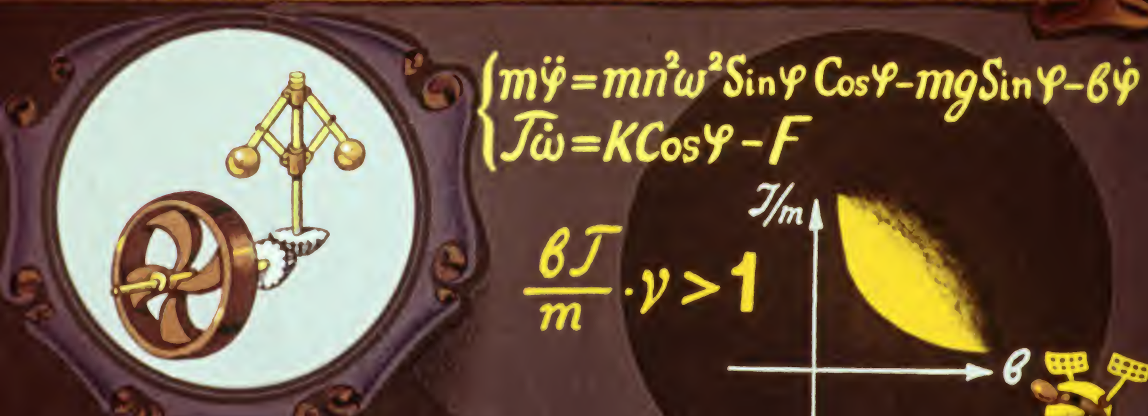


$$\sum_{n=1}^{\infty} P\left\{\left|\frac{S_n}{n} - A_n\right| > \varepsilon\right\} < \infty$$

Больших успехов в области теории вероятностей добились ученые Узбекистана, Литвы и других союзных республик. Ученик А. Н. Колмогорова С. Х. Сираждинов—не только крупный ученый, но и общественный деятель.



Теория устойчивости



Подлинно русским разделом математики является *теория устойчивости*. В XIX веке создавались все более мощные паровые машины. Вдруг наступил кризис: одна за другой машины ломались, «шли вразнос». Причину этого объяснил русский математик и инженер И. А. Вышнеградский, написавший первую работу по теории устойчивости.



Основы новой области математики— теории устойчивости заложил русский академик А. М. Ляпунов. Две теоремы об устойчивости, доказанные им, вошли в классическое наследие математики и сейчас изучаются в курсе высшей математики технических вузов.

x_2, x_1

$$\dot{x}_1 = \lambda_1 \dot{x}_1, \quad \dot{x}_2 = \lambda_2 \dot{x}_2$$

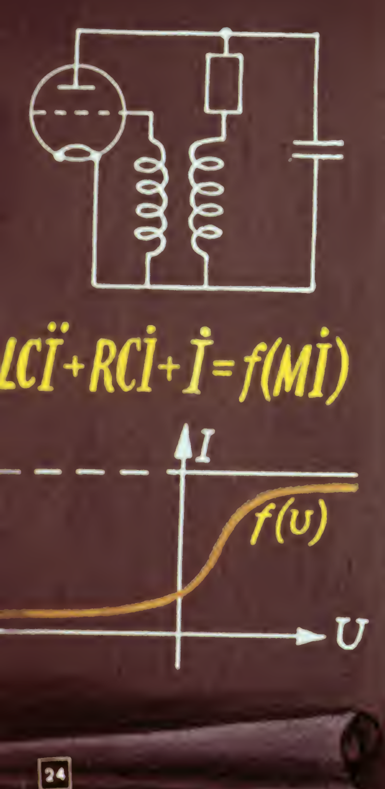
x_2, x_1

$$\dot{r} = kr, \quad \dot{\varphi} = \text{const}$$

x_2, x_1

$$\dot{x}_1 = \omega x_2, \quad \dot{x}_2 = -\omega x_1$$

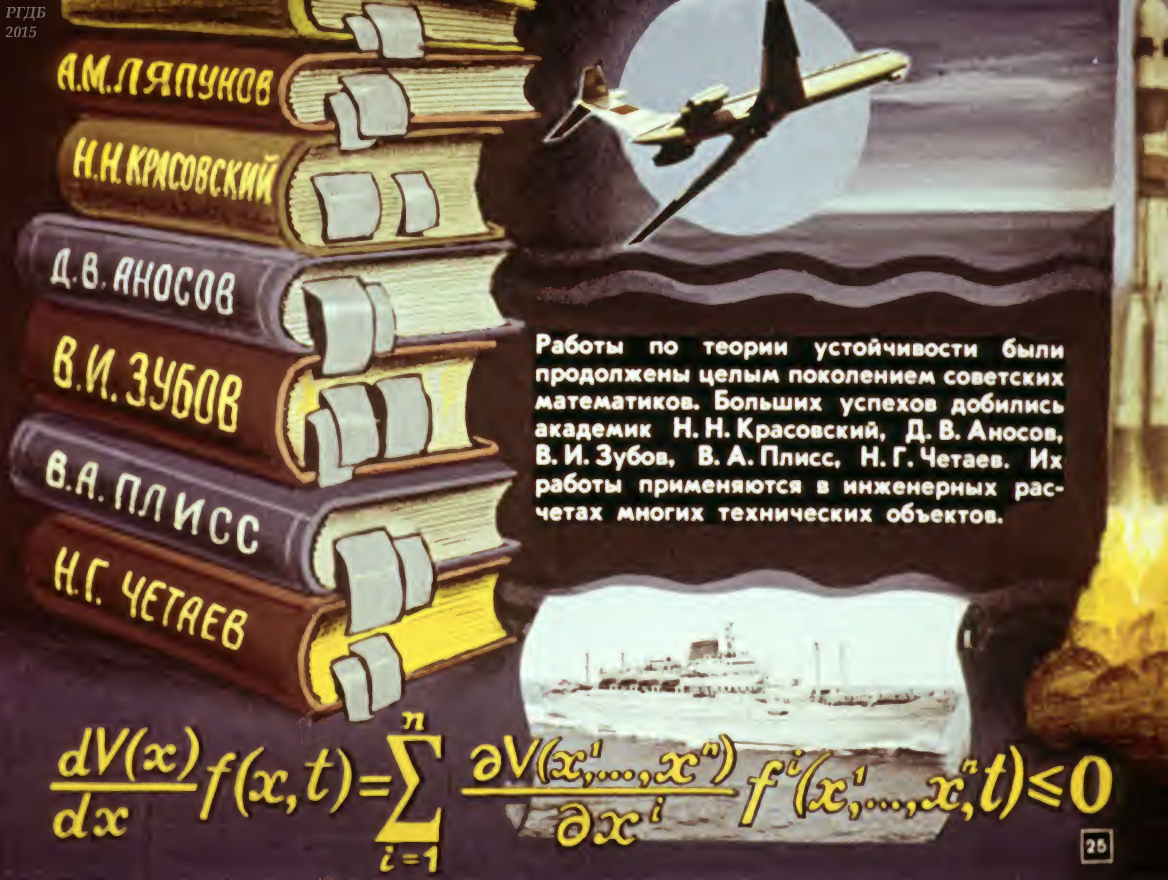






Важной вехой в теории устойчивости явились работы академика А. А. Андронова. Применив теорию Ляпунова, он впервые дал объяснение работы лампового генератора (используемого на радиостанциях, в радиоприемниках, телевизорах).



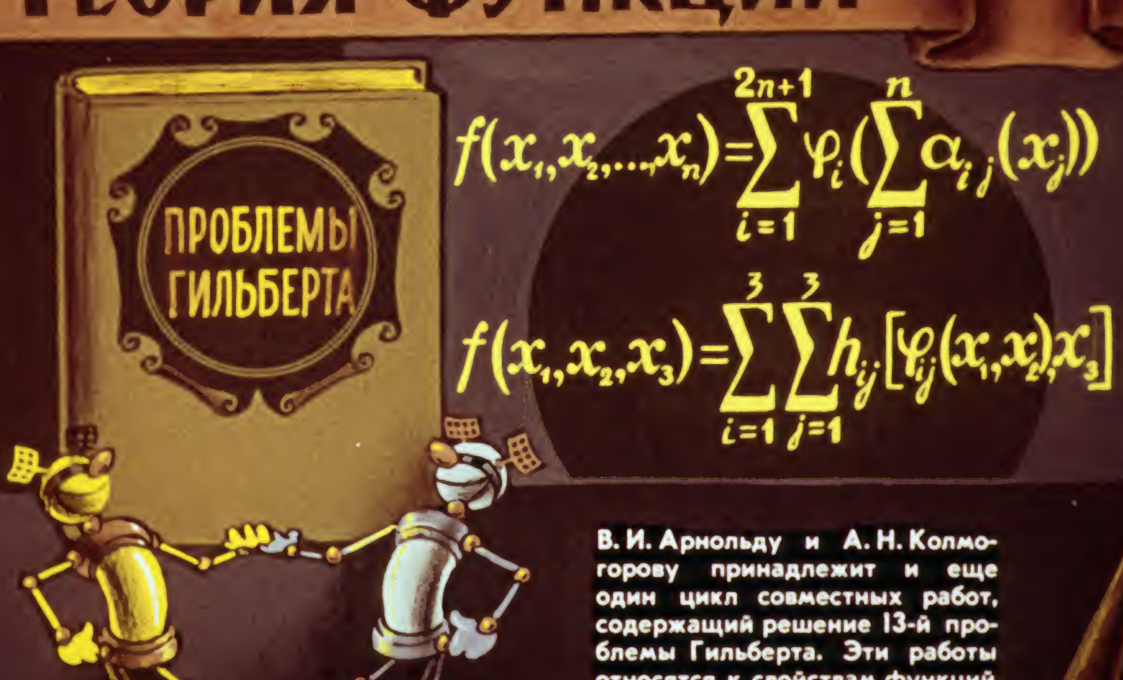

А.М.ЛЯПУНОВ
Н.Н.КРАСОВСКИЙ
Д.В.АНОСОВ
В.И.ЗУБОВ
В.А.ПЛИСС
Н.Г.ЧЕТАЕВ
Работы по теории устойчивости были продолжены целым поколением советских математиков. Больших успехов добились академик Н. Н. Красовский, Д. В. Аносов, В. И. Зубов, В. А. Плисс, Н. Г. Четаев. Их работы применяются в инженерных расчетах многих технических объектов.
$$\frac{dV(x)}{dx}f(x,t)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial V(x^1,\dots,x^n)}{\partial x^i}f^i(x^1,\dots,x^n,t)\leq 0$$
26

$$H(p,q)=H_0(p)+\sum_{k=1}^{\infty}\varepsilon^k H_k(p,q)$$

$$\begin{cases} \dfrac{dh}{dt}=Hh+F(h,\varphi,\Delta,\varepsilon), \\ \dfrac{dy}{dt}=\omega+\Delta+f(h,\varphi,\Delta,\varepsilon); \end{cases}$$

Несколько иной подход к вопросам устойчивости найден в работе В. И. Арнольда и А. Н. Колмогорова об условно-периодических движениях в динамических системах. В этой работе, удостоенной Ленинской премии, ученые решают важные проблемы классической механики.

Теория функций



В. И. Арнольду и А. Н. Колмогорову принадлежит и еще один цикл совместных работ, содержащий решение 13-й проблемы Гильберта. Эти работы относятся к свойствам функций от нескольких переменных.

Много интересных результатов по теории функций принадлежит академику Н. Н. Лузину и его ученикам. Школа Н. Н. Лузина получила известность и признание во всем мире.



$$\frac{a_0}{2}+\sum_{1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$$

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos nx\,dx,\qquad b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin nx\,dx$$

$$\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}du\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\cos u(x-t)\,dt$$









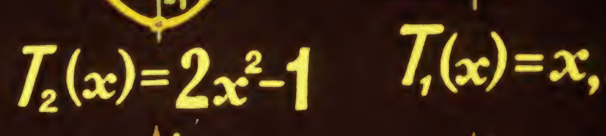
РГДБ
2015
v
Y
$v_в, p_в$
$v_н, p_н$
0
x
0
Другое направление в теории функций (связанное с рассмотрением комплексных переменных) также имеет замечательных представителей среди советских ученых. Работы академиков М. А. Лаврентьева, М. В. Келдыша, Н. И. Мусхелишвили посвящены приложению этих результатов к проблемам аэромеханики, гидродинамики, теории упругости и др.
М.В.Келдыш
Н.И.Мусхелишвили
$\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\frac{\partial\psi}{\partial y}, \quad \frac{\partial\psi}{\partial y}=-\frac{\partial\psi}{\partial x}$
$f(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\partial D}\frac{f(\xi)d\xi}{\xi-z}$
$res_{z}=z_0\ f(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}f(z)dz$
29

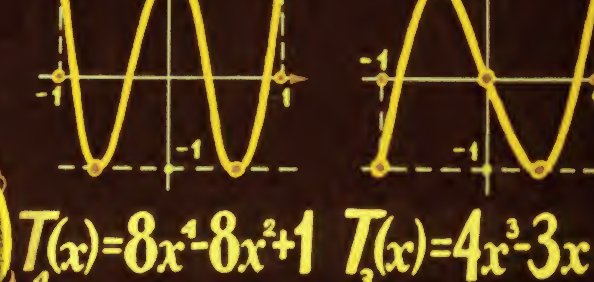

Выдающиеся работы в области прикладной математики принадлежат «отцу русской авиации» Н. Е. Жуковскому, академикам С. А. Чаплыгину, А. Н. Крылову, В. В. Голубеву и многим другим ученым.
$\rho V \oint V_y' \cos\Theta ds, \rho V \oint V_x' \sin\Theta ds$
Н.Е.ЖУКОВСКИЙ
$Y + iX = -\frac{\rho}{2} \oint \left(\frac{dw}{dz}\right)^2 dz$


РГДБ
2015
А.Н.КРЫЛОВ
Необычайно разносторонним ученым был академик А. Н. Крылов. Ему принадлежат не только фундаментальные работы по методам вычислительной математики, но и по теории корабля, артиллерии, теории гироскопов и другим разделам прикладной математики.
31



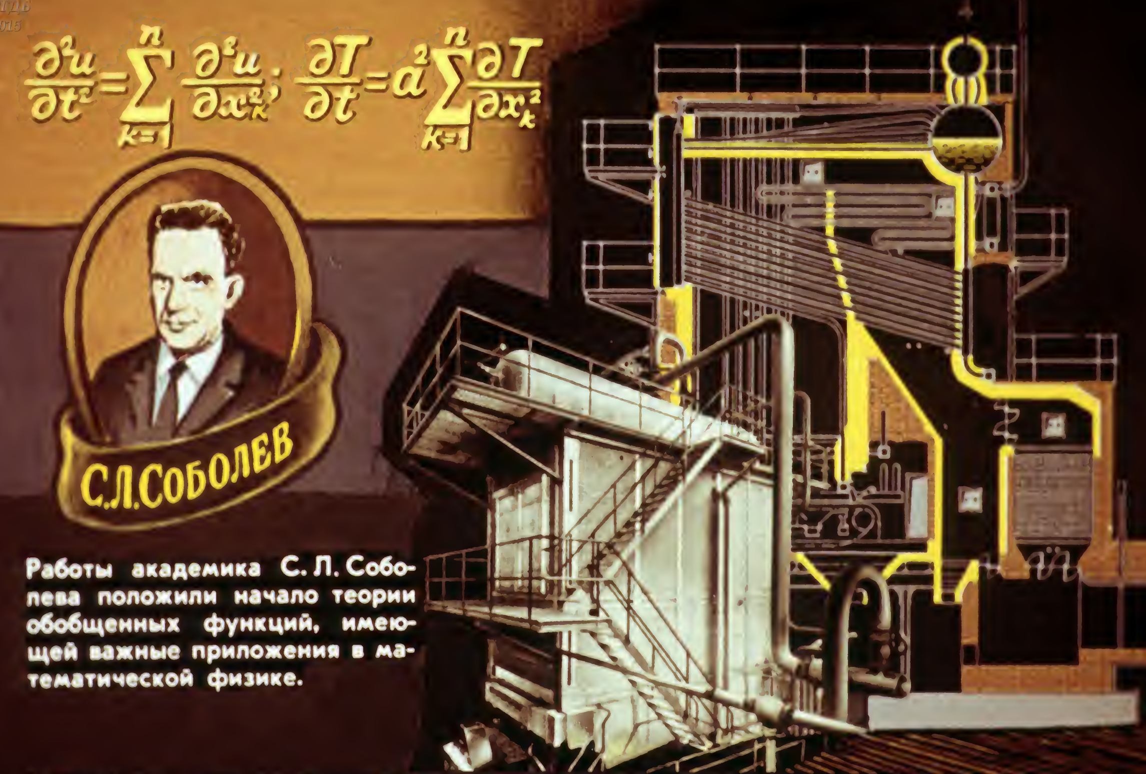
Еще одно направление в теории функций ведет начало от работ русского математика П. Л. Чебышева. Он открыл свойства многочленов, наименее отклоняющихся от нуля. В этом направлении существенные результаты принадлежат советским академикам С. Н. Бернштейну и С. М. Никольскому.





$$T_n(x)=\cos(n\arccos x)$$

$$(1-x^2)y''-xy'+n^2y=0$$



Ученый получил также ряд фундаментальных результатов, играющих важную роль в теории потенциала, теплопроводности, волновых процессов и других разделах математической физики.

АЛГЕБРА



Значительные результаты получены советскими учеными в области алгебры. Интересно, что знаменитый полярный исследователь О. Ю. Шмидт был математиком. Ему принадлежат первые руководства по высшей алгебре, изданные в нашей стране.

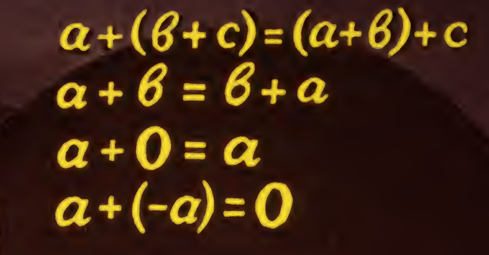


Создателем первой в России крупной алгебраической школы был академик Д. А. Граве. Среди его учеников Б. Н. Делоне, О. Ю. Шмидт. Позднее возникла московская алгебраическая школа, руководителем которой стал профессор А. Г. Курош, удостоенный премии им. П. Л. Чебышева.



Лауреатами Ленинской премии являются академик А. И. Мальцев, И. Р. Шафаревич, Ю. И. Манин, В. П. Платонов, работающие в области алгебры и алгебраической геометрии. На стыке алгебры и теории чисел молодой советский математик Ю. И. Матиясевич получил замечательный результат: решение 10-й проблемы Гильберта. За эту работу ученый был удостоен Ленинской премии.



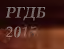


Математикам не присуждаются Нобелевские премии, для них учреждены другие международные премии: премия Больцано, премия Филдса. Недавно премия Филдса была присуждена молодому советскому алгебраисту Д. А. Маргулису, решившему проблему, связанную с арифметическими группами.



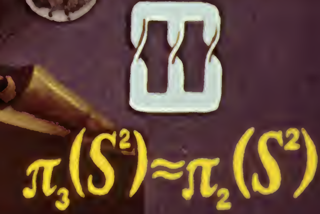


Интерес к изучению групп возник после работ Э. Галуа.



Топология





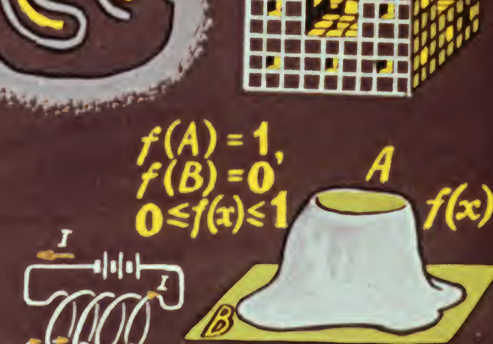
$$H_2(A;G)=Z_2(A;G)-B_2(A;G) \quad \pi_3(S^2)\approx\pi_2(S^2)$$

В конце прошлого века возникла топология. У ее истоков находятся работы Эйлера, Мебиуса, Пуанкаре. Топология изучает свойства фигур, не меняющиеся при растяжении, изгибе и других деформациях. Например, сфера и тор («поверхность баранки») топологически различны.

П. С. Урысон

Основателем советской топологической школы является московский математик П. С. Урысон. Трагически погибший в возрасте 26 лет, он оставил много глубоких исследований, оказавших большое влияние на последующие работы по топологии.





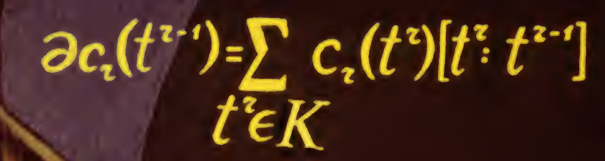




Академик П. С. Александров, возглавивший после смерти Урысона советскую топологическую школу, воспитал не одно поколение советских топологов. Среди его учеников академики Л. С. Понтрягин, А. Н. Тихонов и другие ученые.

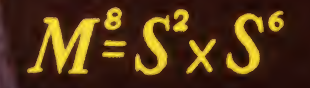


Из следующего поколения советских топологов назовем профессора М. М. Постникова и академика С. П. Новикова, работающих в области алгебраической топологии. За свои работы С. П. Новиков удостоен международной премии Филдса. Он занят поисками важных приложений топологии в современной физике и других областях знания.



$\pi_6(S^3)=Z_{12}$,

$\pi_7(S^4)=Z+Z_{12}$








Г. С. Чогошвили
В Грузии создана большая школа топологов, воспитанных академиком Г. С. Чогошвили. Работы Г. С. Чогошвили по теории гомологий пользуются широкой известностью.
Г.С. Чогошвили
$\ldots \xrightarrow{\partial} H_n(A;G) \xrightarrow{i} H_n(X;G) \xrightarrow{j} H_n(X,A;G) \xrightarrow{\partial} H_{n-1}(A,G) \xrightarrow{i}$
$\xleftarrow{\delta} H^n(A;G) \xleftarrow{i^*} H^n(X;G) \xleftarrow{j^*} H^n(X,A;G) \xleftarrow{\delta} H^{n-1}(A;G) \xleftarrow{i^*}$
42



Математика сейчас бурно развивается, вторгаясь в далекие, казалось бы, от нее области: экономику, лингвистику, сферу управления. Задачи, из которых она черпает новые научные идеи, взяты из практики, из различных областей человеческой деятельности.

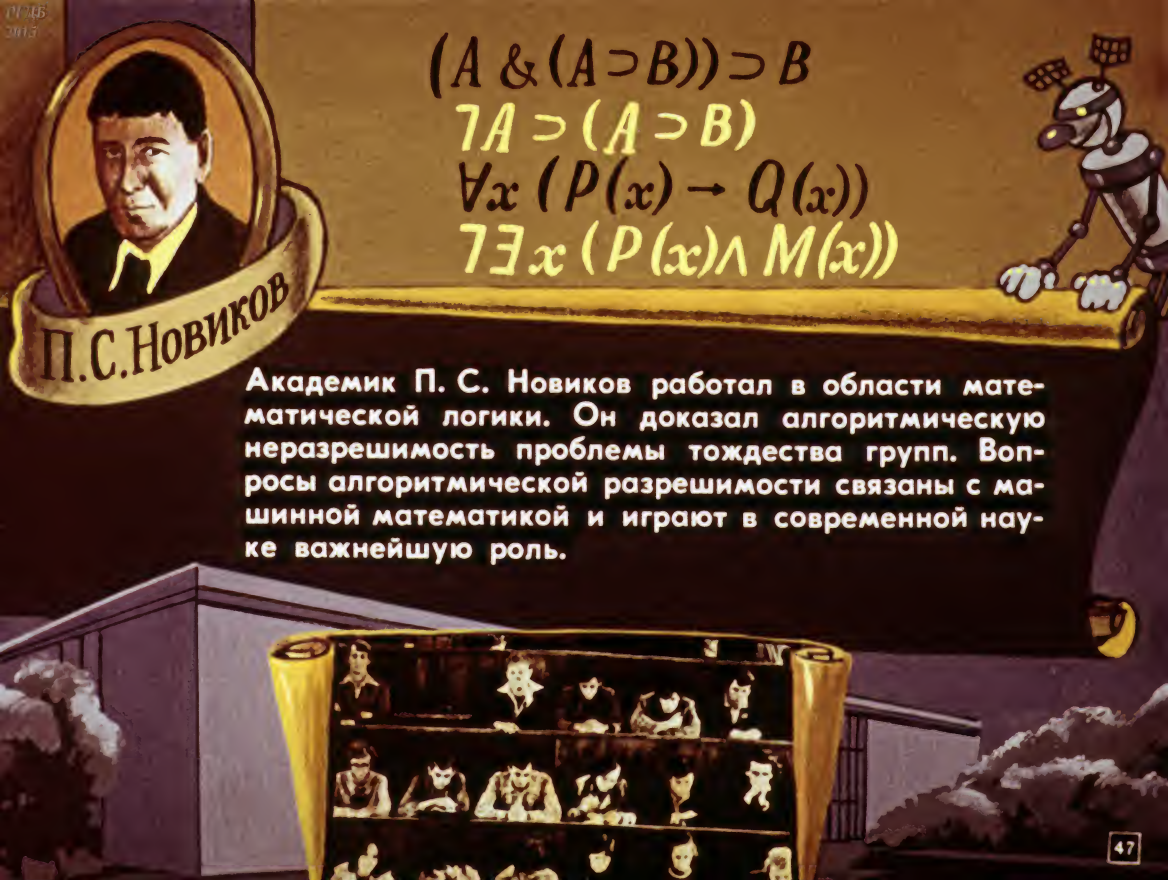

РГДБ
2015
C_2
$З_1$
3км
6км
4км
$З_2$
$З_3$
5км
7км
C_1
10 км
Л.В. Канторович
Математические работы академика Л. В. Канторовича открыли новую область знания — математическую экономику. Результаты этой теории широко применяются при построении математических моделей народного хозяйства, при раскрое материала, решении транспортных задач и др. Ученый удостоен Нобелевской премии за работы в области экономики.
y
20
A(0;15)
B(5;15)
15
10
C(10;10)
Q
5
O(0;0)
D(10;0)
O
5
10
15
20
x
44


Большим успехом советской науки является теория оптимального управления. Она применяется для расчета оптимальных процессов в различных областях математики и ее приложений: режима разгона электропоездов, выхода ракет на оптимальные траектории, разогрева заготовок в термической печи и т. д.
$H(\psi,x,u)=\sum_{k=1}^{n}\psi_k f^k(x,u)$;
$\dot{\psi}=-\frac{\partial H}{\partial x}$; $H(\psi,x,u_{опт})=\max_{u\in U} H(\psi,x,u)$
x^1
x^2
$u=-1$
$u=+1$
N_3 N_2 N_1 O_{-1} O O_1 M_1 M_2
ψ_0
x_0
$-A^*\psi$
$Ax+Bu$
ψ_1 ψ_2 ψ_n
ξ
u
x^n
45



Создатели математической теории оптимального управления—В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко, Л. С. Понтрягин—удостоены Ленинской премии. Большой вклад в эту теорию и ее применение к дифференциальным играм внес академик Н. Н. Красовский.





РГДБ 2015
$(A \& (A \supset B)) \supset B$
$\neg A \supset (A \supset B)$
$\forall x\, (P(x) \to Q(x))$
$\neg \exists x\, (P(x) \wedge M(x))$
П. С. Новиков
Академик П. С. Новиков работал в области математической логики. Он доказал алгоритмическую неразрешимость проблемы тождества групп. Вопросы алгоритмической разрешимости связаны с машинной математикой и играют в современной науке важнейшую роль.
47

АЛГОЛ ФОРТРАН КОБОЛ

В. М. Глушков

$$z = (x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_2 \wedge x_3)$$

Важным достижением советской науки являются создание электронных вычислительных машин и получение ряда глубоких результатов в теории алгоритмов, математической логике и машинной математике. В этой области ведущая роль принадлежит академикам С. А. Лебедеву, В. М. Глушкову, А. А. Дородницыну, С. Н. Мергеляну, А. А. Ляпунову.







Значительные результаты получили советские математики и в области теоретической физики—теории относительности, квантовой теории поля и других областях. Профессор А. А. Фридман построил математическую модель мира, связанную с проблемами космогонии и теории относительности и оказавшую большое влияние на современную физику.

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad \rho_k = \frac{3H^2}{8\pi G} \qquad E = mc^2 \qquad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$R^{\mu\gamma} - \frac{1}{2} g^{\mu\gamma} R = \Upsilon^{\mu\gamma}$$



$$f = f_0 + \alpha f_1 + \alpha^2 f_2 + \ldots$$

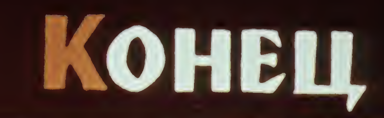
$$\bar{e} = e(1 + \alpha a_1 + \alpha^2 a_2 + \ldots$$

$$\frac{\delta}{\delta g(x)}\left(\frac{\delta S(g)}{\delta g(y)} S^*(g)\right) = 0$$

Обширные исследования выполнены академиком Н. Н. Боголюбовым. Они относятся к теории дифференциальных уравнений, нелинейной механики, теории динамических систем.

Ученый сделал важные открытия в теории сверхтекучести, сверхпроводимости, квантовой физике. Н. Н. Боголюбов воспитал ряд учеников. Важные результаты в области теоретической физики получены также академиками С. П. Новиковым и Л. Д. Фаддеевым, членом - корреспондентом АН СССР И. М. Гельфандом.


„… Может собственных Платонов и быстрых разумом Невтонов Российская земля рождать".
М. В. Ломоносов
Работы советских математиков составляют золотой фонд мировой науки. Для отечественной математики характерны большая глубина теоретических результатов, широта интересов, охватывающих все основные области современной математики, тесная связь с жизнью, практикой, с народным хозяйством, другими областями знания.
61



Диафильм по математике
для 4—10-го классов сделан по программе,
утвержденной Министерством просвещения СССР

Автор член-корреспондент АПН СССР,
доктор физико-математических наук
профессор В. Г. БОЛТЯНСКИЙ
Художник С. ВОЛКОВ
Художественный редактор
В. КРАСНОВСКИЙ
Редактор Т. РАЗУМОВА

Д-212-84

103 062, Москва, Старосадский пер., 7
Цветной 0-30